Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова»
Велико- Устюгский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала

(подпись)

Казаков В.В.
(ФИО)

«31» августа 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины **ЕН.01 Математика**

Специальность 26.02.03 Судовождение

Квалификация старший техник-судоводитель с правом эксплуатации судовых энергетических установок

Уровень среднего профессионального образования

Форма обучения очная

г. Великий Устюг
2021

ОДОБРЕНА
на заседании ПЦК общеобразовательных и общетехнических дисциплин
Протокол от 31.08.2021 № 1
Председатель ________ В.В.Киселёва

УТВЕРЖДЕНА
Заместитель директора по УВР
____________ И.С.Овдов
31 08 2021

Организация-разработчик: Велико-Устюгский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Разработчик:
Кучумова Наталья Владимировна – преподаватель

Рабочая программа ЕН.01 Математика разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования, утвержденным приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 2 декабря 2020 г. N 691 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 03.02.2021, регистрационный №62347) по специальности 26.02.03 «Судовождение», профессиональным стандартом 17.015 «Судоводитель-механник», утверждённым приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 08.09.2015 №612н (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 09.10.2015 регистрационный №39273), примерной основной образовательной программой № П-41 государственного реестра ПООП, со стандартами Ворлдскиллс Россия, с учётом Стратегии развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года, рабочей программы воспитания.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
ЕН.01. МАТЕМАТИКА

1.1. Область применения рабочей программы

Рабочая программа учебной дисциплины является частью программы подготовки специалистов среднего звена (далее – ППССЗ) в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования (далее – ФГОС СПО) по специальности 26.02.03 Судовождение углубленной подготовки, входящей в состав укрупненной группы специальностей 26.00.00 «Техника и технологии кораблестроения водного транспорта».

1.2. Место учебной дисциплины в структуре ППССЗ:

Учебная дисциплина входит в математический и общий естественнонаучный учебный цикл (ЕН.01).

1.3. Цели и задачи дисциплины – требования к результатам освоения учебной дисциплины:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен **уметь**:

- решать простые дифференциальные уравнения, применять основные численные методы для решения прикладных задач;

знать:

- основные понятия и методы математического анализа, основы теории вероятностей и математической статистики, основы теории дифференциальных уравнений;

В результате освоенных знаний и умений развиваются общие, формируются профессиональные компетенции (ОК и ПК)

ПК 1.1. Планировать и осуществлять переход в точку назначения, определять местоположение судна.

ПК 1.3. Эксплуатировать судовые энергетические установки.

ПК 3.1 Планировать и обеспечивать безопасную погрузку, размещение, крепление груза и уход за ним в течение рейса и выгрузки

ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.

ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.

ОК 3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.

ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.

ОК 6. Работать в команде, обеспечивать её сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.

ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность подчиненных, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за результат выполнения заданий.

ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.

ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.

ОК 10. Владеть письменной и устной коммуникацией на государственном и (или) иностранном (английском) языке.

1.4. Общее количество часов на освоение рабочей программы учебной дисциплины в соответствии с учебным планом:

максимальная учебная нагрузка обучающегося 105 часов, в том числе:
обязательная аудиторная учебная нагрузка обучающегося 74 часа;
самостоятельная работа обучающегося 31 час.

2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	**Объем часов**
Максимальная учебная нагрузка (всего)	105
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)	74
в том числе:	
теоретические занятия	*24*
практические занятия	*50*
Самостоятельная работа обучающегося (всего)	31
Промежуточная аттестация в форме **2 курс 4 семестр**	**экзамена**
контрольные работы	3

2.2. Тематический план

Коды профессиональных компетенций ФГОС СПО (ОК и ПК)	**Наименование разделов (тем) учебной дисциплины**	**Объем времени, отведенный на освоение учебной дисциплины. Макс/обязательная/самост. учебная нагрузка, часов**
ОК 1-10, ПК 1.1, 1.3, 3.1,	Тема1. Теория комплексных чисел	20/12/8
ОК 1-10	Тема2. Дифференциальное и интегральное исчисление.	34/26/8
ОК 1-10, ПК 1.1, 1.3, 3.1,	Тема 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	18/12/6
ОК 1-10.	Тема 4. Основы теории вероятности и математической статистики	16/10/6
ОК 1-10 ПК 1.1, 1.3, 3.1	Тема 5. Вычислительная математика.	17/14/3
	Всего:	**105/74/31**

2.3. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	**Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся.**	**Объем часов**	**Уровень освоения**
1	**2**	**3**	**4**
Тема 1	**Теория комплексных чисел.**	**20**	2
	Содержание учебного материала.	*6*	
	1. Понятие мнимой единицы. Алгебраическая запись комплексного числа. Свойства комплексных чисел.		2
	2. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Действия с комплексными числами.		2
	3. Тригонометрическая форма комплексного числа.		2
	4. Показательная форма комплексного числа.		
	Практические занятия.	*6*	
	1. Действия с комплексными числами, заданными в алгебраической форме.		
	2. Действия с комплексными числами, заданными в тригонометрической и показательной формах.		
	3. Переход комплексного числа из одной формы в другую.		
	Самостоятельная работа обучающихся.	8	
	1. Сообщение по теме «Расширение понятия числа».		
	2. Реферат на тему «Геометрическое изображение комплексных чисел».		
	3. Тест по теме «Комплексные числа»		
Тема 2.	**Дифференциальное и интегральное исчисление**	**34**	
Дифференциальное и интегральное исчисление	*Содержание учебного материала.*	*8*	
	1. Функция одной независимой переменной. Пределы.		2
	2. Производная и её геометрический смысл. Применение производной.		2
	3. Дифференциал функции и его применение в приближенных вычислениях.		2
	4. Первообразная. Неопределённый интеграл. Способы вычисления неопределенного интеграла.		2
	5. Определенный интеграл, методы его вычисления.		2
	6. Геометрический смысл определённого интеграла.		2
	7. Применение определённого интеграла к решению прикладных задач.		2
	Практические занятия	*18*	
	1. Вычисление пределов. Раскрытие неопределённости		
	2. Вычисление I и II замечательных пределов.		
	3. Вычисление производных. Производная сложной функции.		
	4. Применение производной при решении задач.		
	5. Вычисление неопределенного интеграла. Способ подстановки.		
	6. Вычисление неопределенного интеграла. Интегрирование по частям.		
	7. Вычисление определённого интеграла.		
	8. Применение определённого интеграла к решению геометрических задач.		
	9. Применение определённого интеграла к решению физических задач.		
	Самостоятельная работа обучающихся.	8	
	1. Разработка теста по теме «Производная»		

	2. Презентация «Геометрический смысл определённого интеграла»		
	3. Домашняя контрольная работа по теме «Комплексные числа. Пределы»		2
	4. Сообщение по теме «Методы интегрирования.»		
Тема 3.	**Обыкновенные дифференциальные уравнения.**	**18**	
Обыкновенные дифференциальные уравнения.	*Содержание учебного материала.*	*4*	
	1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общее и частное решение.		2
	2. Линейные дифференциальные уравнения 1 порядка. с разделяющимися переменными.		2
	3. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2 порядка с постоянными коэффициентами.		2
	Практические занятия.	*8*	
	1. Решение дифференциальных уравнений. Задача Коши.		
	2. Решение дифференциальных уравнений 1 порядка с разделяющимися переменными.		
	3. Решение дифференциальных уравнений 2 порядка с постоянными коэффициентами.		
	4. Дифференциальные уравнения		
	Самостоятельная работа обучающихся.	6	
	1. Опорный конспект по теме: «Решение дифференциальных уравнений»		
	2. Реферат «Решение задач, приводимых к дифференциальным уравнениям.»		
	Контрольная работа по теме: «Дифференциальное и интегральное исчисления. Дифференциальные уравнения»	1	2
Тема 4.	**Основы теории вероятностей и математической статистики.**	**16**	
Основы теории вероятностей и математической статистики.	*Содержание учебного материала.*	*6*	
	1. Понятие события и вероятности события. Достоверные и невозможные события.		2
	2. Классическое определение вероятности события. Теоремы сложения и умножения вероятностей.		2
	3. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения случайной величины.		2
	Практические занятия.	*4*	
	1. Решение простейших задач на нахождение вероятностей событий.		
	2. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.		
	Самостоятельная работа обучающихся.	6	
	1. Презентация «Математическое ожидание дискретной случайной величины. Дисперсия случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.»		
	2. Домашняя контрольная работа по теме «Теории вероятностей.»		2
Тема 5	**Вычислительная математика**	**17**	
Вычислительная математика.	*Практические занятия.*	14	
	1. Действия с рациональными числами. Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений.		
	2. Пропорции и проценты. Интерполяция.		
	3. Чтение и построение функций, графиков и схем. Работа в ПДСК.		
	4. Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике. Теорема синусов. Теорема косинусов.		
	5. Решение прямоугольных треугольников.		
	6. Градусная мера измерения углов. Действия с углами, измеряемыми в градусах.		

	7. Работа с таблицей девиации.		
	Самостоятельная работа обучающихся.	3	
	Действия с рациональными числами. Решение уравнений и систем уравнений. Интерполяция. Построение функций. Решение прямоугольных треугольников.		
	Всего	**105**	

Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:
1– ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);
2. – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством);
3. – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач).

3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Материально-техническое обеспечение

Реализация учебной дисциплины требует наличия учебного кабинета математики № 104.

Комплект учебной мебели (столы; стулья, доска). Шкаф 2 шт.

Технические средства: фотоаппарат canon, ноутбук HP ProBook, проектор ViewSonic; экран настенный рулонный; калькулятор 20 шт; акустическая система sven.

Набор модулей для практических работ по стереометрии 4 шт.: конус, цилиндр, полусфера, пирамида, призма. Набор инструментов для работ на классной доске (угольник, циркуль, транспортир).

3.2. Информационное обеспечение обучения

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основные источники:

1. Лисичкин В.Т., Соловейчек И.Л. Математика в задачах с решениями, Изд. «Лань». 2014г. ЭБС ЛАНЬ.
2. Богомолов Н.В. Алгебра и начала анализа: учеб. пособие для СПО/ Н.В. Богомолов. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 200с. – Серия : Профессиональное образование https://biblio-online.ru
3. Дадаян А.А. Математика : учебник / А.А. Дадаян. - 3-е изд., испр. И доп. - М.: ИНФРА-М, 2017. ЭБС ЗНАНИУМ.

Дополнительные источники:

1. Л.С. Атанасян. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 1 : учебник / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. — Москва : КноРус, 2015. — 400 с. https://www.book.ru
2. Л.С. Атанасян. Геометрия (в 2-х частях). Ч. 2 : учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. — Москва : КноРус, 2015. — 424 с. https://www.book
3. Башмаков М.И. Математика: Задачник, Изд.: 5-е изд., стер., 2014. ЭБС АКАДЕМИЯ.
4. Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями. В 2 ч. Ч. 1: учеб. пособие для СПО/ Н.В. Богомолов. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 364с. – Серия : Профессиональное образование https://biblio-online.ru
5. Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями. В 2 ч. Ч. 2: учеб. пособие для СПО/ Н.В. Богомолов. – М.: Издательство Юрайт, 2017. – 285с. – Серия : Профессиональное образование https://biblio-online.ru/
6. Богомолов Н.В. Геометрия: учеб. пособие для СПО/ Н.В. Богомолов, - М.: Издательство Юрайт, 2017. – 92с. - Серия : Профессиональное образование https://biblio-online.ru

Интернет-ресурсы:

1. http://fcior.edu.ru федеральный центр информационно-образовательных ресурсов.
2. http://old.exponenta.ru/ Образовательный математический сайт
3. http://school-collection.edu.ru единая коллекция цифровых образовательных ресурсов ;
4. http://window.edu.ru информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" .

4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения учебной дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, контрольной работы, экзамена.

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать: ▪ основные понятия и методы математического анализа, основы теории вероятностей и математической статистики, основы теории дифференциальных уравнений;	Текущий контроль в форме письменных практических заданий и контрольных работ. Промежуточный контроль в форме экзамена
В результате освоения дисциплины обучающийся должен уметь: ▪ решать простые дифференциальные уравнения, применять основные численные методы для решения прикладных задач;	Текущий контроль в форме письменных практических заданий и контрольных работ. Промежуточный контроль в форме экзамена

Формы и методы контроля и оценки результатов обучения позволяют проверять у обучающихся не только сформированность профессиональных компетенций, но и развитие общих компетенций.

Результаты (освоенные профессиональные компетенции)	Основные показатели оценки результата	Формы и методы контроля и оценки
ПК 1.1. Планировать и осуществлять переход в точку назначения, определять местоположение судна.	Сформированность представлений о тригонометрических функциях, умение выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами тригонометрических функций на примере решения задач «Тригонометрическая форма комплексного числа»; иметь наглядное представление об основных свойствах тригонометрических функций; демонстрация умения решать прямоугольные треугольники.	Текущий контроль в форме оценки результатов практических занятий и контрольных работ. Промежуточный контроль в форме экзамена.

	Демонстрация умения работать с таблицей девиации.	
ПК 1.3. Эксплуатировать судовые энергетические установки.	Демонстрация умения находить производную функции, применять численные методы, работать с готовыми формулами.	Текущий контроль в форме оценки результатов практических занятий и контрольных работ. Промежуточный контроль в форме экзамена.
ПК 3.1. Планировать и обеспечивать безопасную погрузку, размещение, крепление груза и уход за ним в течение рейса и выгрузки.	Демонстрация умения вычислять интегралы, решать задачи по теории вероятности; применять численные методы, работать с готовыми формулами. Владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.	Текущий контроль в форме оценки результатов практических занятий и контрольных работ. Промежуточный контроль в форме экзамена.

Результаты (освоенные общие компетенции)	**Основные показатели результатов подготовки**	**Формы и методы контроля**
ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.	- демонстрация интереса к будущей профессии.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 2. Организовывать собственную деятельность, определять методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество.	- обоснование выбора и применения методов и способов решения профессиональных задач в области разработки технологических процессов; - демонстрация эффективности и качества выполнения профессиональных задач.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 3. Решать проблемы, оценивать риски и принимать решения в нестандартных ситуациях.	- демонстрация способности принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена

ОК 4. Осуществлять поиск, анализ и оценку информации, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	- нахождение и использование информации для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии для совершенствования профессиональной деятельности.	- демонстрация навыков использования информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 6. Работать в команде, обеспечивать её сплочение, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями.	- взаимодействие с обучающимися, преподавателями и мастерами в ходе обучения.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 7. Ставить цели, мотивировать деятельность подчиненных, организовывать и контролировать их работу с принятием на себя ответственности за результат выполнения заданий.	- проявление ответственности за работу подчиненных, результат выполнения заданий.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 8. Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации.	- планирование обучающимся повышения личностного и квалификационного уровня.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 9. Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности.	- проявление интереса к инновациям в области профессиональной деятельности.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена
ОК 10. Владеть письменной и устной коммуникацией на государственном и (или) иностранном (английском) языке.	- демонстрация навыков владения письменной и устной речью на русском и иностранном (английском) языке.	Экспертное наблюдение и оценка на практических занятиях, при выполнении контрольной работы и проведении экзамена

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	**Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений**	
	балл (отметка)	**вербальный аналог**
100 - 88	5	отлично
87-74	4	хорошо
73- 50	3	удовлетворительно
Менее 50	2	неудовлетворительно

Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова»
Велико-Устюгский филиал ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ЕН.01 «МАТЕМАТИКА»

ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ СПЕЦИАЛИСТОВ СРЕДНЕГО ЗВЕНА
по специальности
26.02.03 «Судовождение»

квалификация
Старший техник-судоводитель с правом эксплуатации судовых энергетических установок

Великий Устюг
2021 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ЕН.01 «Математика»

1.1. Область применения контрольно-оценочных средств

Контрольно-оценочные средства (КОС) являются частью нормативно-методического обеспечения системы оценивания качества освоения обучающимися программы подготовки специалистов среднего звена по специальности 26.02.03 «Судовождение» и обеспечивают повышение качества образовательного процесса.

КОС по учебной дисциплине представляет собой совокупность контролирующих материалов, предназначенных для измерения уровня достижения обучающимся установленных результатов обучения.

КОС по учебной дисциплине используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в виде экзамена.

1.2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.	- распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; -анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; -определять этапы решения задачи; выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; -составлять план действия; -определять необходимые ресурсы; -владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; -реализовывать составленный план; -оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)	- актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить; -основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте; -алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; -методы работы в профессиональной и смежных сферах; -структуру плана для решения задач; -порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности.
ОК 02 Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и	-определять задачи для поиска информации; -определять необходимые источники информации; -планировать процесс	-номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности; - приемы

информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	поиска; -структурировать получаемую информацию; -выделять наиболее значимое в перечне информации; -оценивать практическую значимость результатов поиска; -оформлять результаты поиска; -применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач; -использовать современное программное обеспечение.	структурирования информации; -формат оформления результатов поиска информации; -современные средства и устройства информатизации; -порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности.
ОК 03 Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях	-определять актуальность нормативно-правовой документации в профессиональной деятельности; -применять современную научную профессиональную терминологию; -определять и выстраивать траектории профессионального развития и самообразования; -выявлять достоинства и недостатки коммерческой идеи; -презентовать идеи открытия собственного дела в профессиональной деятельности; -оформлять бизнес-план; -рассчитывать размеры выплат по процентным ставкам кредитования; -определять инвестиционную привлекательность коммерческих идей в рамках профессиональной деятельности; -презентовать бизнес-идею; -определять	-содержание актуальной нормативно-правовой документации; -современная научная и профессиональная терминология; -возможные траектории профессионального развития и самообразования; -основы предпринимательской деятельности; -основы финансовой грамотности; -правила разработки бизнес-планов; -порядок выстраивания презентации; -кредитные банковские продукты.

	источники финансирования.	
ОК 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;	-организовывать работу коллектива и команды; -взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности.	-психологические основы деятельности коллектива, -психологические особенности личности; -основы проектной деятельности.

ПК 1.1. Планировать и осуществлять переход в точку назначения, определять местоположение судна;	6.Определять координаты пунктов прихода, разность широт и разность долгот, дальность видимости ориентиров; решать задачи на перевод и исправления курсов и пеленгов; вести графическое счисление пути судна на карте с учетом поправки лага и циркуляции, дрейфа судна от ветра, сноса судна течением, совместного действия ветра и течения, вести счисление пути судна; рассчитывать элементы прилива с помощью таблиц приливов, составлять график прилива и решать связанные с ним штурманские задачи; рассчитывать среднюю квадратическую погрешность (далее - СКП) счислимого и обсервованного места;	определение направлений и расстояний на картах; выполнение предварительной прокладки пути судна на картах; графическое и аналитическое счисление пути судна и оценку его точности; методы и способы определения места судна визуальными способами с оценкой их точности;
ПК 1.3. Эксплуатировать судовые энергетические установки;	7.Эксплуатировать главные энергетические установки и вспомогательные механизмы судна, а также их системы управления; осуществлять техническую эксплуатацию энергетического оборудования, вспомогательных механизмов и систем судна; эксплуатировать электрические преобразователи, генераторы и их системы управления; осуществлять эксплуатацию судовых	устройство и принцип действия судовых дизелей; устройство элементов судовой энергетической установки, механизмов, систем; назначение, конструкцию судовых вспомогательных механизмов, систем и устройств; системы автоматического регулирования работы судовых энергетических установок;

	электроприводов и систем управления ими;	
ПК 3.1. Планировать и обеспечивать бесплатную погрузку, размещение, крепление судна и уход за ним в течение рейса и выгрузки;	8.Составлять грузовой план судна и делать расчет остойчивость судна;	основные документы для приема сдачи и перевозки грузов; коммерческие операции по перевозке грузов; основы формирования тарифов на операции с грузом; коммерческие операции по перевозке грузов; основы формирования тарифов на операции с грузом;
ПК 4.1. Оценивать эффективность и качество работы судна;	9.применять на практике методы контроля качества, оценки, статистики и надежности в эксплуатации судна и судовых технических средств	статистические методы для оценки показателей качества работы судна
ПК 4.2. Находить оптимальные варианты планирования рейса судна, технико-экономических характеристик эксплуатации судна.	10.пользоваться методами научного познания; применять логические законы и правила; накапливать научную информацию	основные положения теории оценок; интегральные оценки качества;

Личностные результаты реализации программы воспитания, определенные отраслевыми требованиями к деловым качествам личности	
Проявляющий сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности	**ЛР 14**

2. КОДИФИКАТОР ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Функциональный признак оценочного средства (тип контрольного задания)	Метод/форма контроля
Расчётная задача	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, лабораторная работа, практические занятия, дифференцированный зачёт, экзамен
Практическое задание	Лабораторная работа, практические занятия, дифференцированный зачёт, экзамен

Тест, тестовое задание	Тестирование, дифференцированный зачёт, экзамен
Проектное задание	Учебный проект, исследовательский, обучающий, сервисный, социальный творческий, рекламно-презентационный

Распределение типов контрольных заданий по элементам знаний и умений

Содержание учебного материала по программе учебной дисциплины	Тип контрольного задания										
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
Раздел 1 Математический анализ.											
Тема 1.1 Дифференциальное и интегральное исчисление											
Тема 1.2 Обыкновенные дифференциальные уравнения											
Тема 1.3 Ряды											
Раздел 2 Основные численные методы											
Тема 2.1. Основные членные методы											
Раздел 3. Основы теории вероятностей и математической статистики											
Тема 3.1. Основы теории вероятностей и математической статистики											
Раздел 4.**Сферическая тригонометрия**											
Тема 4.1. Сферическая тригонометрия											
Промежуточная аттестация	Экзамен										

Условные обозначения:

ФО – фронтальный (устный) опрос;
ТК – тестовый контроль;
ОК – проверка опорных конспектов;
ИЗ – выполнение индивидуальных заданий;
ПР – выполнение практической работы;
ДЗ – дифференцированный зачёт

3. СИСТЕМА ОЦЕНКИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО КАЖДОМУ ОЦЕНОЧНОМУ СРЕДСТВУ

Оценка индивидуальных образовательных достижений по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица)

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90-100	5	отлично
80-89	4	хорошо
70-79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Критерии оценки выполненного практического задания

Оценка 5 («отлично») ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочётов.

Оценка 4 («хорошо») ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочёта, не более трёх недочётов.

Оценка 3 («удовлетворительно») ставится, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочётов, не более одной грубой и одной не грубой ошибки, не более трёх негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трёх недочётов, при наличии четырёх-пяти недочётов.

Оценка 2 («неудовлетворительно») ставится, если число ошибок и недочётов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Критерии оценки ответов в ходе устного опроса

Оценивается правильность ответа обучающегося на один из приведённых вопросов. При этом выставляются следующие оценки:

«Отлично» выставляется при соблюдении обучающимся следующих условий:

– полно раскрыл содержание материала в объёме, предусмотренном программой, содержанием лекции и учебником;

– изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя специализированную терминологию и символику;

– показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;

– продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;

– отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя.

Примечание: для получения отметки «отлично» возможны одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

«Хорошо» - ответ обучающегося в основном удовлетворяет требованиям на оценку «отлично», но при этом имеет один из недостатков:

– в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие логического и информационного содержания ответа;

– допущены один-два недочёта при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;

– допущены ошибка или более двух недочётов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

«Удовлетворительно» выставляется при соблюдении следующих условий:

– неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала, имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии и выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;

– обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

– при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

«Неудовлетворительно» выставляется при соблюдении следующих условий:

– не раскрыто основное содержание учебного материала;

– обнаружено незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;

– допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии и иных выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя;

– обучающийся обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

Критерии оценки составления и оформления опорных конспектов

В ходе проверки преподавателем опорные конспекты оцениваются по следующим критериям:

1. Соответствие содержания теме.
2. Правильная структурированность информации.
3. Наличие логической связи изложенной информации.
4. Аккуратность и грамотность изложения.
5. Работа сдана в срок.

Каждый критерий оценивается по 5-балльной шкале. При выставлении оценки за опорный конспект выводится среднее значение оценки по пяти перечисленным критериям, округляемое до целого значения (до оценки) по правилам округления.

Критерии оценки выполнения практических работ и индивидуальных (в т.ч. зачётных) заданий:

1. Задание считается выполненным безупречно, если результат практической работы получен при правильном ходе решения задания и аккуратном выполнении.

2. Задание считается невыполненным, если обучающийся не приступил к его выполнению или допустил в нем погрешность, считающуюся, в соответствии с целью работы, ошибкой.

В ходе оценивания выполнения практических и индивидуальных заданий используется пятибалльная система оценок. Положительная оценка («3», «4», «5») выставляется, когда обучающийся показал владение основным умениями в рамках выполнения практической работы или индивидуального задания:

1. «Отлично» выставляется при соблюдении следующих условий:

– обучающийся самостоятельно выполнил все этапы решения задач в рамках выполнения практических и индивидуальных заданий;

– работа выполнена полностью и получен верный ответ или иное требуемое представление результата работы.

2. «Хорошо» выставляется при соблюдении следующих условий:

– работа выполнена полностью, но при выполнении обнаружилось недостаточное владение навыками работы с инструментарием (оборудование, приборы и т.п.) в рамках поставленной задачи;

– правильно выполнена большая часть работы (свыше 85 %);

– работа выполнена полностью, но использованы наименее оптимальные подходы к решению поставленной задачи.

3. «Удовлетворительно» выставляется при соблюдении следующих условий:

– работа выполнена не полностью, допущено более трёх ошибок, но обучающийся владеет основными навыками работы с инструментарием (оборудование, приборы и т.п.), требуемым для решения поставленной задачи.

4. «Неудовлетворительно» выставляется при соблюдении следующих условий:

– допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не владеет обязательными знаниями, умениями и навыками работы на ПК или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Критерии оценки в ходе экзамена

В основе оценки при сдаче экзамена лежит пятибалльная система (5 «отлично», 4 «хорошо», 3 «удовлетворительно», 2 «неудовлетворительно»).

1. Ответ оценивается на «отлично», если обучающийся исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно излагает материал по вопросам билета (теста), не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с решением практических задач и способен обосновать принятые решения, не допускает ошибок.

2. Ответ оценивается на «хорошо», если обучающийся твёрдо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает, не допускает существенных неточностей при ответах, умеет грамотно применять теоретические знания на практике, а также владеет необходимыми навыками решения практических задач.

3. Ответ оценивается на «удовлетворительно», если обучающийся освоил только основной материал, однако не знает отдельных деталей, допускает неточности и некорректные формулировки, нарушает последовательность в изложении материала и испытывает затруднения при выполнении практических заданий.

4. Ответ оценивается на «неудовлетворительно», если обучающийся не раскрыл основное содержание материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.

4. БАНК КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ОЦЕНКИ УСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

.

1. Комплект оценочных заданий

4.1.2. ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА

Практическая работа №1,2.

Вычисление пределов. Раскрытие неопределенности.

Ход работы.

Примеры.

1. Вычисление пределов с помощью теорем о пределах.

По правилу нахождения предела многочлена находим

1) $\lim\limits_{x\to 3}(3x = 2x^2 + 6x^3) = 3*3 - 2*3^2 + 6*3^3 = 144$

2. При раскрытии неопределенности $\frac{0}{0}$ используют разложение на множители.

1) $(\frac{0}{0})$ $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x} = \lim\limits_{x\to 3}\frac{(x-3)(x-2)}{3x(x-3)} = \lim\limits_{x\to 3}\frac{x-2}{3x} = \frac{3-2}{3*3} = \frac{1}{9}$

2) Если в числителе или знаменателе дроби содержится иррациональность, нужно умножить числитель и знаменатель на число, сопряженное числителю или знаменателю дроби.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}} = \lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}{(\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x})(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})} = \lim_{x\to 0}\frac{x(\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x})}{-2x} =$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{5-x}+\sqrt{5+x}}{-2} = \frac{\sqrt{5-0}+\sqrt{5+0}}{-2} = -\sqrt{5}$$

3. При раскрытии неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$ числитель и знаменатель делим почленно на переменную высшего порядка.

$$\frac{\infty}{\infty}\quad \lim_{x\to\infty}\frac{x^4-2x^2+3}{3x^4-5} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x^4}{x^4}-\frac{2x^2}{x^4}+\frac{3}{x^4}}{\frac{3x^4}{x^4}-\frac{5}{x^4}} = \lim_{x\to\infty}\frac{1-\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^4}}{3-\frac{5}{x^4}} = \frac{1-\frac{2}{\infty}+\frac{3}{\infty}}{3-\frac{5}{\infty}} = \frac{1}{3}$$

4. Самостоятельная работа.

1) $\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-4)$

2) $\lim\limits_{x\to -2}(4x^5-50x)$

3) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{2x^2-3x+5}{x^2-x+2}$

4) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{x-3}$

5) $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3x^3 - 3x^2 + 2x - 2}{(x-1)^3}$

6) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x-3}{\sqrt{x+1} - 2}$

7) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{2x}$

8) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{3x^2 - 2x^3 - 4}{7x^3 + x^2 - 5x}$

9) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{3x^2 - 4}{5x^3 + x^2}$

Вычисление с помощью формул I и II замечательных пределов.

1. Примеры.

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ - первый замечательный предел.

1) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x}$

приведем к первому замечательному пределу: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{2\sin 2x}{sx} = 2*1 = 2$

2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)^4}{x}$

Воспользуемся равносильной подстановкой:

$\ln(1+x) \approx x$, получим: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)^4}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{4\ln(1+x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{4x}{x} = 4$

$\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \qquad \lim\limits_{\alpha \to 0} (1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e$ - второй замечательный предел.

3) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(x + \frac{6}{x}\right)^x$

Приведем ко второму замечательному пределу с помощью замены.

Пусть *x/6=n*. Тогда *x=6n*, получим

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{6}{x}\right)^x = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{6n} = \lim_{n \to \infty} \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right)^6 = e^6$$

2. Самостоятельная работа.

Вычислить пределы:

1) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^x$

2) $\lim\limits_{x \to 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$

3) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{2x}{2x+1}\right)^x$

4) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1}\right)^{x+0,5}$

Практическая работа № 3

Применение производной при решении задач.

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением $s=\frac{1}{3}t^3+2t^2-3$. Вычислить ее скорость в момент времени $t=4$ с.

движении точки задана уравнением $s=$ [illegible] t^3- [illegible] t^2+2. Вычислить ее скорость в момент времени $t=5$ с.

3. Скорость точки, движущейся прямолинейно задана уравнением $v=2t^2-5t+6$. В какой момент времени ускорение точки будет равно 2 м/с²?

6 Зависимость пути от времени при прямолинейном движении двух тел задана уравнениями: $s_1=\frac{2}{3}t^3+t^2-t+14$; $s_2=\frac{2}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2+11t-8$. В какой момент времени их скорости будут равны?

7 Зависимость пути от времени при прямолинейном

Вариант 1

1. Составить уравнение касательной к параболе $y=x^2-6x+5$ в точке с абсциссой $x=4$.

2. Вычислить острый угол, под которым парабола

Вариант 7

1. Составить уравнение касательной к параболе $y^2=2x$ в точке (8; 4).

2. Найти координаты точки, в которой касательная к параболе $y=\frac{3}{2}x^2-4x+5$ образует угол 135° с осью Ox.

Практическая работа № 4

Определенный интеграл. Методы вычисления.

1). Найти соответствующий табличный неопределённый интеграл.

2). В полученную первообразную вместо переменной подставить сначала верхний предел, а затем – нижний.

3). Из первого результата вычесть второй.

Вычисления проводят по формуле Ньютона – Лейбница:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a).$$

ПРИМЕРЫ.

Вычислить определённые интегралы, применив формуле Ньютона – Лейбница:

1). $\int_1^3 8x^3dx = 8\cdot\frac{x^4}{4}\Big|_1^3 = 2x^4\Big|_1^3 = 2\cdot 3^4 - 2\cdot 1^4 = 160(ед^2).$

2) $\int_{-1}^{1} e^x dx = e^x\Big|_{-1}^{1} = e^1 - e^{-1} = e - \frac{1}{e} = \frac{e^2-1}{e}.$

3). $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \sin\frac{\pi}{2} - \sin\frac{\pi}{6} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$.

III. Самостоятельная работа.

1). $\int_1^3 x^4 dx.$

2). $\int_{-2}^{3}(4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)dx.$

3). $\int_3^6 \frac{dx}{x}.$

4). $\int_1^8 \sqrt[3]{x^2}dx.$

5). $\int_0^9 \sqrt{x}dx.$

6). $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{dx}{x^3}.$

7). $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}.$

8). $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx$

9). $\int_{-1}^{1}(x^2+1)dx.$

IV. Примеры.

Вычислить способом подстановки.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{2+\sin x}.$$

Замена: $2 + \sin x = t$

Дифференциал: $\cos x\, d\, x = dt$

Новые пределы $t_н = 2 + \sin 0 = 2$; $t_в = 2 + \sin\frac{\pi}{2} = 3$.

Тогда $\int_2^3 \frac{dt}{t} = \ln|t|\Big|_2^3 = \ln 3 - \ln 2 = \ln\frac{3}{2} = \ln 1{,}5.$

V. Самостоятельная работа.

1). $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} \sin 2x dx.$

2). $\int_{-1}^{2}(x^2-1)^3 x dx.$

3). $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x dx}{3-\cos x}.$

4) $\int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{12}} \cos 3x dx.$

5) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{dx}{\cos^2 2x}.$

6). $\int_0^{\frac{\pi}{6}} e^{\sin x}\cos x dx.$

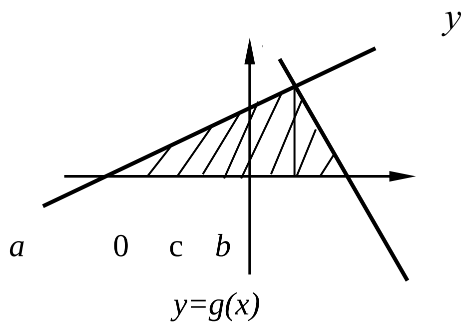
Применение определенного интеграла к решению геометрических задач.

Основные сведения.

1). Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная линиями $y = f(x)$; $x = a$; $x = b$; и осью Ox ($y = 0$.

Площадь криволинейной трапеции вычисляется при помощи определённого интеграла

$$S = \int_a^b f(x)dx.$$



2). Чтобы найти площадь фигуры, ограниченной линиями, нужно:

а). Построить чертёж криволинейной трапеции с помощью заданных графиков и граничных линий.

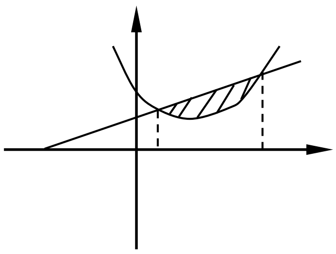
б). Найти точки пересечения графиков (верхний и нижний пределы), составив уравнения:

рис. 2

a: $f(x) = 0$; ***b:*** $g(x) = 0$; ***c:*** $f(x) = g(x)$.

3). Составить и найти интегралы:

- если фигура соответствует (рис.2), то $S = S_1 + S_2$;
- если фигура соответствует (рис.3), то $S = S_1 - S_2$.
- если криволинейная трапеция расположена ниже оси *Ox*, то перед интегралом ставим знак минус.



Примеры.

3). $xy = 6$ и $x + y - 7 = 0$.

<u>*Решение*</u> . Выразим y, построим фигуру

$$y = \frac{6}{x}; \qquad y = 7 - x$$

Найдём границы интегрирования: $f(x) = 0$

$$\frac{6}{x} = 7 - x; \quad x^2 - 7x + 6 = 0 \quad x_1 = 6; \quad x_2 = 1$$

Исходя из рис. 3, площадь фигуры вычислим по формуле

$$S = S_1 - S_2.$$

$$S_1 = \int_1^6 (7 - x)dx = \left(7x - \frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^6 = (42 - 18) - (7 - 0{,}5) = 17{,}5(ед^2).$$

$$S_2 = \int_1^6 \frac{6}{x}dx = \left(6\ln|x|\right)\Big|_1^6 = 6\ln 6 - 6\ln 1 = 6\ln 6\left(ед^2\right).$$

Окончательно S = 17,5 – 6ln6 ($ед^2$).

III. Самостоятельная работа.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1) y=$\frac{1}{2}x+1$, y=6-2x, y=0;
2) y=x^2, y=2-x, y=0;
3) y=x^2, y=2-x;
4) y=x^2, y=2x;
5) y=3+x^2, y=7;
6) y==x^2, y=$\frac{1}{x}$, y=e,
7) y=-x^2+5, y=x+3;
8) x-2y+4=0, x+y-5=0;
9) xy=6, x+y=7.

Практические работы № 5
Решение дифференциальных уравнений .

1. Оснвные сведения: Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти **множество всех функций**, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид $y = f(x; C)$ (C – произвольная постоянная), который называется **общим решением дифференциального уравнения**.

Пример 1: Решить дифференциальное уравнение $xy' = y$

Перепишем производную в другом виде. $y' = \frac{dy}{dx}$. Итак $x \cdot \frac{dy}{dx} = y$

В рассматриваемом примере переменные легко разделяются перекидыванием множителей по правилу пропорции:

Переменные разделены. В $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$ левой части – только «игреки», в правой части – только «иксы».

Следующий этап – **интегрирование дифференциального уравнения**. Всё просто, навешиваем интегралы на обе части:

Разумеется, интегралы $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$ нужно взять. В данном случае они табличные:

Решение $\ln|y| = \ln|x| + C$ дифференциального уравнения в неявном виде называется **общим интегралом дифференциального уравнения**. То есть, $\ln|y| = \ln|x| + C$ – это общий интеграл.

Попытаемся получить **общее решение**.

Пожалуйста, **запомните первый технический приём**, он очень распространен и часто применяется в практических заданиях: *если в правой части после интегрирования появляется логарифм, то константу во многих случаях (но далеко не всегда!) тоже целесообразно записать под логарифмом.*

То есть, **ВМЕСТО** записи $\ln|y| = \ln|x| + C$ обычно пишут $\ln|y| = \ln|x| + \ln|C|$.

Зачем это нужно? А для того, чтобы легче было выразить «игрек». Используем свойство логарифмов $\ln a + \ln b = \ln(ab)$. В данном случае: $\ln|y| = \ln|Cx|$

Теперь логарифмы и модули можно убрать: $y = Cx$

Функция представлена в явном виде. Это и есть общее решение.

Ответ: общее решение: $y = Cx$, где $C = const$.

Пример2 Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = -2y$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2$

Решение: по условию требуется найти **частное решение** ДУ, удовлетворяющее заданному начальному условию. Такая постановка вопроса также называется *задачей Коши*.

Сначала находим общее решение. $\frac{dy}{dx} = -2y$

Интегрируем уравнение: $\frac{dy}{y} = -2dx$

Общий интеграл получен. $\int \frac{dy}{y} = -2\int dx$ $\quad \ln|y| = -2x + C^*$

Теперь пробуем общий интеграл преобразовать в общее решение (выразить «игрек» в явном виде). По определению логарифма: $\ln a = b \Rightarrow a = e^b$. В данном случае: $y = e^{-2x+C^*}$

Используя свойство степеней, перепишем функцию следующим образом: $y = e^{C^*} \cdot e^{-2x}$

Если C^* – это константа, то e^{C^*} – тоже некоторая константа, переобозначим её буквой C:

$y = Ce^{-2x}$

Итак, общее решение: $y = Ce^{-2x}$, где $C = const$.

Найдем частное решение, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(0) = 2$.

В общее решение вместо «икса» подставляем ноль, а вместо «игрека» двойку:

$2 = Ce^{-2\cdot 0}$

$2 = Ce^{0}$

$2 = C \cdot 1$

То есть, $C = 2$

Таким образом $y(0) = Ce^{-2\cdot 0} = Ce^0 = C = 2$

Теперь в общее решение $y = Ce^{-2x}$ подставляем найденное значение константы $C = 2$:

$y = 2e^{-2x}$ – это и есть нужное нам частное решение.

Ответ: частное решение: $y = 2e^{-2x}$

2. Самостоятельная работа.

1. Найти частное решение дифференциального уравнения $y\ln y + xy' = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = e$

2. Найти частное решение ДУ.

$2y'\sin y \cdot \cos y \cdot \sin^2 x + \cos x = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Практическая работа № 6,7

Решение дифференциальных уравнений 1 порядка с разделяющимися переменными.

Пример 1: Решить дифференциальное уравнение $xy' = y$

Перепишем производную в другом виде. $y' = \frac{dy}{dx}$. Итак $x \cdot \frac{dy}{dx} = y$

В рассматриваемом примере переменные легко разделяются перекидыванием множителей по правилу пропорции:

Переменные разделены. В $\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x}$ левой части – только «игреки», в правой части – только «иксы».

Следующий этап – **интегрирование дифференциального уравнения**. Всё просто, навешиваем интегралы на обе части:

Разумеется, интегралы $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$ нужно взять. В данном случае они табличные:

Решение $\ln|y| = \ln|x| + C$ дифференциального уравнения в неявном виде называется **общим интегралом дифференциального уравнения**. То есть, $\ln|y| = \ln|x| + C$ – это общий интеграл.

Попытаемся получить **общее решение**.

Пожалуйста, **запомните первый технический приём**, он очень распространен и часто применяется в практических заданиях: *если в правой части после интегрирования появляется логарифм, то константу во многих случаях (но далеко не всегда!) тоже целесообразно записать под логарифмом*.

То есть, **ВМЕСТО** записи $\ln|y| = \ln|x| + C$ обычно пишут $\ln|y| = \ln|x| + \ln|C|$.

Зачем это нужно? А для того, чтобы легче было выразить «игрек». Используем свойство логарифмов $\ln a + \ln b = \ln(ab)$. В данном случае: $\ln|y| = \ln|Cx|$

Теперь логарифмы и модули можно убрать: $y = Cx$

Функция представлена в явном виде. Это и есть общее решение.

Ответ: общее решение: $y = Cx$, где $C = const$.

2. Самостоятельная работа.

1. Решить дифференциальное уравнение $y' + (2y+1)ctgx = 0$

2. Решить дифференциальное уравнение $\sqrt{3+y^2}dx + \sqrt{1-x^2}ydy = 0$
3. Решить дифференциальное уравнение $2(xy+y)y' + x(y^4+1) = 0$
4. Решить дифференциальное уравнение $(1+e^x)ydy - e^y dx = 0$
5. Решить дифференциальное уравнение $y - xy' = 3(1+x^2y')$

Решение дифференциальных уравнений II порядка с постоянными коэффициентами

1. Основные сведения

В теории и практике различают два типа таких уравнений – **однородное уравнение** и **неоднородное уравнение**.

Однородное ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами имеет следующий вид: $\boxed{y'' + py' + qy = 0}$, где p и q – константы (числа), а в правой части – **строго** ноль.

Рассмотрим алгоритм решения линейного однородного уравнения второго порядка:

$$\boxed{y'' + py' + qy = 0}$$

Для того чтобы решить данное ДУ, нужно составить так называемое *характеристическое уравнение*: $\boxed{\lambda^2 + p\lambda + q = 0}$

По какому принципу составлено характеристическое уравнение, отчётливо видно:
вместо второй производной записываем λ^2;
вместо первой производной записываем просто «лямбду»;
вместо функции y ничего не записываем.

$\boxed{\lambda^2 + p\lambda + q = 0}$ – это **обычное квадратное уравнение**, которое предстоит решить.

Существуют три варианта развития событий. Они доказаны в курсе математического анализа, и на практике мы будем использовать готовые формулы.

<u>*Характеристическое уравнение имеет два различных действительных корня*</u>

Если характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ имеет два **различных** действительных корня λ_1, λ_2 (т.е., если дискриминант $D > 0$), то общее решение однородного уравнения выглядит так: $\boxed{y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}}$, где C_1, C_2 – константы.

В случае если один из корней равен нулю, решение очевидным образом упрощается; пусть, например, $\lambda_1 = 0$, тогда общее решение: $\boxed{y = C_1 e^{0 \cdot x} + C_2 e^{\lambda_2 x} = C_1 + C_2 e^{\lambda_2 x}}$.

<u>*Характеристическое уравнение имеет два кратных действительных корня*</u>

Если характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ имеет два **кратных** (совпавших) действительных корня $\lambda_1 = \lambda_2$ (дискриминант $D = 0$), то общее решение однородного уравнения принимает вид:
$\boxed{y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 x e^{\lambda_1 x}}$, где C_1, C_2 – константы.

Вместо λ_1 в формуле можно было нарисовать λ_2, корни всё равно одинаковы.

Если оба корня равны нулю $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$, то общее решение опять же упрощается:
$y = C_1 e^{0 \cdot x} + C_2 x e^{0 \cdot x} = C_1 + C_2 x$. Кстати, $y = C_1 + C_2 x$ является общим решением того самого примитивного уравнения $y'' = 0$, о котором я упоминал в начале урока. Почему? Составим характеристическое уравнение: $\lambda^2 = 0$ – действительно, данное уравнение как раз и имеет совпавшие нулевые корни $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$.

<u>*Характеристическое уравнение имеет сопряженные комплексные корни*</u>

Для понимания третьего случая требуются элементарные знания про комплексные числа.
Если характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ имеет **сопряженные** комплексные корни $\lambda_1 = \alpha - \beta i$, $\lambda_2 = \alpha + \beta i$ (дискриминант $D < 0$), то общее решение однородного уравнения принимает вид:
$y = e^{\alpha x} \cdot (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$, где C_1, C_2 – константы.

Примечание: Сопряженные комплексные корни почти всегда записывают кратко следующим образом: $\lambda_{1,2} = \alpha \pm \beta i$

Если получаются *чисто мнимые* сопряженные комплексные корни: $\lambda_{1,2} = \pm \beta i$, то общее решение упрощается:

$$\boxed{y = e^{0 \cdot x} \cdot (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) = C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x}$$

<u>Пример 1</u>

Решить дифференциальное уравнение $y'' + y' - 2y = 0$
Решение: составим и решим характеристическое уравнение:
$\lambda^2 + \lambda - 2 = 0$
$D = 1 + 8 = 9; \sqrt{D} = 3$
$\lambda_1 = \frac{-1-3}{2} = -2$, $\lambda_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$
Получены два различных действительных корня (от греха подальше лучше сразу же выполнить проверку, подставив корни в уравнение).
Всё, что осталось сделать – записать ответ, руководствуясь формулой $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$
Ответ: общее решение: $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{x}$, где $C_1, C_2 - const$
Пример 3
Решить дифференциальное уравнение $y'' - 6y' + 9y = 0$
Решение: составим и решим характеристическое уравнение:
$\lambda^2 - 6\lambda + 9 = 0$
Здесь можно вычислить дискриминант, получить ноль и найти кратные корни. Но можно невозбранно применить известную школьную формулу сокращенного умножения:
$(\lambda - 3)^2 = 0$
(конечно, формулу нужно увидеть, это приходит с опытом решения)
Получены два кратных действительных корня $\lambda_{1,2} = 3$
Ответ: общее решение: $y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$, где $C_1, C_2 - const$
Пример 5
Решить однородное дифференциальное уравнение второго порядка
$y'' - 2y' + 10y = 0$
Решение: Составим и решим характеристическое уравнение:
$\lambda^2 - 2\lambda + 10 = 0$
$D = 4 - 40 = -36$
$\lambda_{1,2} = \frac{2 \pm 6i}{2} = 1 \pm 3i$ – получены сопряженные комплексные корни
Ответ: общее решение: $y = e^{x}(C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$, где $C_1, C_2 - const$
2. Самостоятельная работа

Найти общее решение дифференциального уравнения, выполнить проверку $y'' - 4y' = 0$

Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 0$

Решить однородное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' - 4y' + 5y = 0$

Практическая работа №8.

Исследование на сходимость рядов с положительными членами.

Числовым рядом называется выражение вида

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \quad (1),$$

где числа $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ называются **членами ряда**; a_n **- общим членом ряда**.

Если все они неотрицательны, то такой ряд называют **положительным числовым рядом**.

Суммирование не обязательно начинается с единицы, в ряде случаев оно может начинаться с нуля $\sum_{n=0}^{\infty}$, с двойки $\sum_{n=2}^{\infty}$ либо с любого натурального числа.

Ряд считается заданным, если известен общий член ряда a_n, выраженный как функция его номера $a_n = f(n)$.

Примеры:

Для заданных рядов написать первые три члена ряда

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(n+3)\cdot 2^n$

$$a_1 = (1+3)\cdot 2^1 = 8$$
$$a_2 = (2+3)\cdot 2^2 = 20$$
$$a_3 = (3+3)\cdot 2^3 = 48$$

Ряд можно записать в виде

$$8 + 20 + 48 + \dots + (n+3)\cdot 2^n + \dots$$

2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{6^n+1}$

$$a_1 = \frac{1}{6^1+1} = \frac{1}{7}$$
$$a_2 = \frac{2}{6^2+1} = \frac{2}{37}$$
$$a_3 = \frac{3}{6^3+1} = \frac{3}{217}$$

Ряд можно записать в виде

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{37} + \frac{3}{217} + \dots + \frac{n}{6^n+1} + \dots$$

Признаки сходимости

Необходимый признак сходимости

Если ряд $a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (1) **сходится, то** $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

Признаком удобнее пользоваться в виде:

Если $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0$, то ряд (1) расходится.

Примеры:

Исследовать ряды на сходимость

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+3)\cdot 2^n$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}(n+3)\cdot 2^n = \infty$$

Ответ: ряд расходится

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n-2}{5n+1}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{3n-2}{5n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{3-\frac{2}{n}}{5+\frac{1}{n}} = \frac{3}{5} \neq 0$$

Ответ: ряд расходится

3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^2+1}$

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{2n}{n^2+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{2}{n+\frac{1}{n}} = 0$$

Неебходимый признак выполнен, ряд может сходиться или расходиться, т.е. требуется дополнительное исследование.

Достаточные признаки сходимости

Признаки сравнения

I признак сравнения:

Пусть даны 2 ряда с положительными членами $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ (1) и $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ (2),

причем $a_n \leq b_n$ при n=1,2,3,…

Тогда: если сходится ряд (2), то сходится и ряд (1)

если расходится ряд (1), то расходится и ряд (2)

II признак сравнения:

Если существует конечный и отличный от нуля $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}$ **, то ряды (1) и (2) сходятся или расходятся одновременно**

Замечание:

В качестве рядов для сравнения удобно выбирать ряды:

1) геометрическую прогрессию $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a\cdot q^{n-1}$

Если $|q|<1$, то ряд сходится

Если $|q|\geq 1$, то ряд расходится

2) ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$

Если $p>1$, то ряд сходится

Если $p\leq 1$, то ряд расходится

Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ называется **гармоническим** (расходится)

Примеры:

Исследовать ряды на сходимость

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}$

$a_n=\frac{1}{n^2+n}<\frac{1}{n^2}=b_n$

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$

Р=2, значит ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится, тогда по I признаку сравнения ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится

Ответ: ряд сходится

2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{(n+1)\cdot 3^n}$

$$a_n=\frac{1}{(n+1)\cdot 3^n}<\frac{1}{3^n}=b_n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}b_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ сходится, т.к. это геометрическая прогрессия со знаменателем $q=\frac{1}{3}<1$, тогда по I признаку сравнения ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится

Ответ: ряд сходится

3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^2+1}$

$$a_n=\frac{2n}{n^2+1};b_n=\frac{1}{n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2n\cdot n}{n^2+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{1+\frac{1}{n^2}}=2\neq 0$$

P=1, значит ряд $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ расходится, тогда по II признаку сравнения ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ расходится

Ответ: ряд расходится

Замечание:

Если общий член ряда представляет собой частное от деления многочленов, то для сравнения выбираем ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$, где показатель p равен разности между старшими показателями знаменателя и числителя.

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3+3n^2-3}{5n^6-2n^4+3n^2+1}$

$$a_n = \frac{n^3 + 3n^2 - 3}{5n^6 - 2n^4 + 3n^2 + 1}; b_n = \frac{1}{n^p}$$

$$p = 6 - 3 = 3 \Rightarrow b_n = \frac{1}{n^3}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n^3 + 3n^2 - 3)\cdot n^3}{5n^6 - 2n^4 + 3n^2 + 1} = \lim_{n\to\infty} \frac{1 + \frac{3}{n} - \frac{3}{n^3}}{5 - \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^4} + \frac{1}{n^6}} = \frac{1}{5} \neq 0$$

P=3, значит ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится, тогда по II признаку сравнения ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится

Ответ: ряд сходится

Достаточные признаки сходимости

Признак Даламбера:

Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (1)$ **существует предел** $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = k$ **, то при к<1 ряд сходится, при к>1 ряд расходится**

Признак Коши:

Если для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (1)$ **существует предел** $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = k$ **, то при к<1 ряд сходится, при к>1 ряд расходится**

Замечание:

Признак Даламбера удобно применять, если в общий член ряда входят:

1) a^n

2) факториал

3) несколько множителей

Признак Коши удобно применять, если общий член содержит степень, зависящую от n

Важно!

Для предварительной оценки сходимости ряда учитываем:

Факториал растёт быстрее, чем **любая** показательная последовательность, т.е. $\lim_{n\to+\infty} \frac{10^n}{n!} = 0$ или $\lim_{n\to+\infty} \frac{n!}{10^n} = +\infty$

Факториал растёт быстрее, чем **любая** степенная последовательность или многочлен, т.е. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^{10}}{n!}=0$ или $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n!}{n^{10}}=+\infty$.

Любая показательная последовательность растёт быстрее, чем **любая** степенная последовательность, т.е. $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^{10}}{2^n}=0$, $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2^n}{n^{10}}=+\infty$

Примеры:

Исследовать ряды на сходимость

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n+1)(n+3)}$

$$a_n=\frac{3^n}{(n+1)(n+3)};a_{n+1}=\frac{3^{n+1}}{(n+2)(n+4)}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}(n+1)(n+3)}{3^n(n+2)(n+4)}=3\lim_{n\to\infty}\frac{(1+\frac{1}{n})(1+\frac{3}{n})}{(1+\frac{2}{n})(1+\frac{4}{n})}=3>1$$

Т.к. предел больше 1, то по признаку Даламбера ряд расходится

Ответ: ряд расходится

2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(2n)!}$

$$a_n=\frac{n^3}{(2n)!};a_{n+1}=\frac{(n+1)^3}{(2(n+1))!}=\frac{(n+1)^3}{(2n+2)!}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3(2n)!}{n^3(2n)!(2n+1)(2n+2)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(1+\frac{1}{n})^3}{1\cdot(2n+1)(2n+2)}=0<1$$

Т.к. предел меньше 1, то по признаку Даламбера ряд сходится

Ответ: ряд сходится

3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{n+1}{3n-2})^n$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{n+1}{3n-2}\right)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{3n-2}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{n}}{3-\frac{2}{n}}=\frac{1}{3}<1$$

Т.к. предел меньше 1, то по признаку Коши ряд сходится

Ответ: ряд сходится

Выполнить самостоятельно:

Для заданных рядов написать первые три члена ряда

1) $\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot 3^{n+1}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$

Исследовать ряды на сходимость

3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n+1}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty} n\cdot 5^{n+2}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n-1}{7^n+3}$

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3-3n^2+5n-2}{3n^3-7n+5}$

7) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(3n+2)}$

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(n+1)!}$

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{4^n(n+2)}$

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{5n+1}\right)^n$

11) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$

Критерии оценок:

«3» - за верно выполненных 6 заданий

«4» - за верно выполненных 8 заданий

«5» - за верно выполненных 10 заданий

Практическая работа №9.

Исследование на сходимость знакопеременных рядов

Знакочередующимся рядом называется ряд вида

$$a_1 - a_2 + a_3 - \ldots + (-1)^{n+1}a_n + \ldots = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \quad (1)$$

где $a_n > 0$ для всех n=1,2,3,…

Достаточный признак сходимости Лейбница

Знакочередующийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n$ (1) **сходится, если**

1) Абсолютные величины его членов убывают, т.е. $a_1 > a_2 > a_3 > \ldots$

2) Общий член ряда стремится к нулю, т.е. $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

Замечание:

При практическом использовании рядов обычно ограничиваются несколькими первыми членами. При этом, допускаемая ошибка (остаток ряда) оценивается при помощи неравенства:

$$|R_n| < a_{n+1}$$

Если хотя бы одно из условий не выполняется, то **ряд расходится**.

Знакочередующийся ряд может сходиться абсолютно или условно.

Знакочередующийся ряд **сходится абсолютно**, если сходится ряд, составленный из модулей его членов.

Знакочередующийся ряд **сходится условно**, если сам ряд сходится, а ряд, составленный из модулей его членов, расходится.

Алгоритм исследования знакочередующихся рядов на сходимость

1) Составим ряд из модулей членов ряда (1) - $\sum_{n=1}^{\infty}|a_n|$ (2)(это ряд положительными членами) и исследуем его сходимость (по признакам сравнения, Даламбера, Коши)

2) Если ряд (2) сходится, то исходный ряд (1) сходится абсолютно

3) Если ряд (2) расходится, то исходный ряд (1) исследуем по признаку Лейбница

4) Если условия признака Лейбница выполняются, то ряд (1) сходится условно

5) Если условия признака Лейбница не выполняются, то ряд (1) расходится

Примеры:

Исследовать знакочередующиеся ряды на сходимость

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(n+2)}{n^3-3n+4}$

Составим ряд из модулей $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n^3-3n+4}$

Общий член ряда представляет собой частное от деления многочленов, воспользуемся II признаком сравнения; для сравнения выберем ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$, где показатель p равен разности между старшими показателями знаменателя и числителя

$$a_n=\frac{n+2}{n^3-3n+4};b_n=\frac{1}{n^p}$$

$$p=3-1=2\Rightarrow b_n=\frac{1}{n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+2)\cdot n^2}{n^3-3n+4}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{2}{n}}{1-\frac{3}{n^2}+\frac{4}{n^3}}=1\neq 0$$

P=2, зачит ряд $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ сходится, тогда по II признаку сравнения ряд из модулей сходится, и исходный ряд сходится абсолютно

Ответ: ряд сходится абсолютно

2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2^n}{3n^3+n^2-3}$

Составим ряд из модулей $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{3n^3+n^2-3}$

Т.к. общий член ряда содержит показательную функцию, то воспользуемся признаком Даламбера

$$a_n=\frac{2^n}{3n^3+n^2-3};a_{n+1}=\frac{2^{n+1}}{3(n+1)^3+(n+1)^2-3}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}(3n^3+n^2-3)}{2^n(3(n+1)^3+(n+1)^2-3)}=2\lim_{n\to\infty}\frac{3+\frac{1}{n}-\frac{3}{n^3}}{3(1+\frac{1}{n})^3+(1+\frac{1}{n})^2\cdot\frac{1}{n}-\frac{3}{n^3}}=2>1$$

Т.к. предел больше 1, то по признаку Даламбера ряд расходится

Исследуем сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2^n}{3n^3+n^2-3}$ по признаку Лейбница

$$1)a_1=\frac{2}{1}=2$$

$$a_2=\frac{2^2}{3\;8+4-3}=\frac{4}{25}$$

$$a_3=\frac{2^3}{3\cdot 27+9-3}=\frac{8}{87}$$

$$2>\frac{4}{25}>\frac{8}{87}>\ldots$$

Первое условие признака Лейбница выполнено

$2)\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n}{3n^3+n^2-3}=\infty$ - смотри пункт 3 **Замечания**

Второе условие признака Лейбница не выполнено

По признаку Лейбница ряд расходится

Решение можно упростить, если сначала проанализировать общий член заданного ряда. Из пункта 3 Замечания видно, что предел общего члена заданного ряда равен бесконечности, поэтому удобнее сразу воспользоваться признаком Лейбница.

Ответ: ряд расходится

3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}(\frac{n^2+2}{2n^2-n+3})^n$

Составим ряд из модулей $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+2}{2n^2-n+3}\right)^n$

Т.к. общий член ряда содержит степень, зависящую от n,то воспользуемся признаком Коши

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{n^2+2}{2n^2-n+3}\right)^n} = \lim_{n\to\infty}\frac{n^2+2}{2n^2-n+3} = \lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{2}{n^2}}{2-\frac{1}{n}+\frac{3}{n^2}} = \frac{1}{2} < 1$$

Т.к. предел меньше 1, то по признаку Коши ряд сходится, значит, исходный ряд сходится абсолютно

Ответ: ряд сходится абсолютно

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$

Составим ряд из модулей $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$. Это гармонический ряд, который расходится, таким образом, ряд из модулей расходится.

Исследуем сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$ по признаку Лейбница

$$1)\, a_1 = 1$$
$$a_2 = \frac{1}{2}$$
$$a_3 = \frac{1}{3}$$
$$1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \ldots$$

Первое условие признака Лейбница выполнено

$$2)\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} = 0$$

Второе условие признака Лейбница выполнено

По признаку Лейбница ряд сходится

Исходный ряд сходится условно

Ответ: ряд сходится условно

Выполнить самостоятельно:

Исследовать ряды на сходимость

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3n^2+2n-1}{n^5-2n^4+2n^3+4n-3}$

2) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\cdot(1+\frac{1}{5^n})$

3) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2^n}{n!}$

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+2)\cdot 3^{2n}}$

5) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{3n-1}$

6) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{n^3+2n^2-n+3}$

7) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}3^n}{n^n}$

8) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{3^n}{2^n}$

Критерии оценок:

«3» - за верно выполненные 4 задания

«4» - за верно выполненных 6 заданий

«5» - за верно выполненных 8 заданий

Практическое занятие № 10.

Вычисление интегралов по формулам прямоугольников, трапеций и формуле Симпсона

Цель: Научиться применять формулы прямоугольников, трапеций и парабол при вычислении площади криволинейной трапеции

Метод прямоугольников

Одним из простейших методов численного интегрирования является **метод прямоуголь-**

ников. На частичном отрезке $[x_{j-1}, x_j]$ подынтегральную функцию заменяют полиномом

Лагранжа нулевого порядка, построенным в одной точке. В качестве этой точки можно выбрать середину частичного отрезка

$$x_{j-0.5} = x_j - 0.5h$$

. Тогда значение интеграла на частичном отрезке:

$$\int\limits_{x_{j-1}}^{x_j} f(x) \cdot dx \approx f(x_{j-0.5}) \cdot h$$

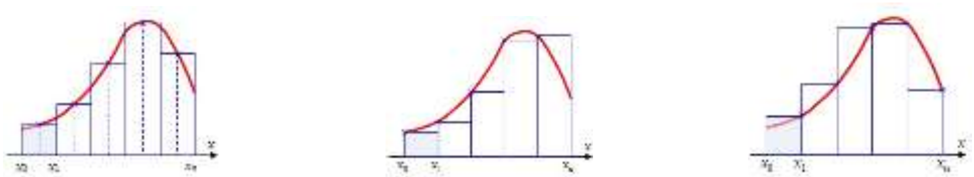
Подставив это выражениеполучим

$$\int\limits_a^b f(x) \cdot dx \approx \sum_{j=1}^{N} f(x_{j-0.5}) \cdot h$$

ную формулу **средних прямоугольников**: Графическая иллюстрация метода средних прямоугольников представлена на рис.(а). Из рисунка видно, что площадь криволинейной трапеции приближенно заменяется площадью многоугольника, составленного из N прямоугольников. Таким образом, вычисление определенного интеграла сводится к нахождению суммы N элементарных прямоугольников. Формулу (2.7) можно представить в ином виде:

$$\int\limits_a^b f(x) \cdot dx \approx \sum_{j=1}^{N} h \cdot f(x_{j-1}) \qquad \int\limits_a^b f(x) \cdot dx \approx \sum_{j=1}^{N} h \cdot f(x_j)$$

Эти формулы называются формулой **левых и правых прямоугольников** соответственно. Графически метод левых и правых прямоугольников представлен на рис (б, в). Однако изза нарушения симметрии в формулах правых и левых прямоугольников, их погрешность значительно больше, чем в методе средних прямоугольников.



а) средние прямоугольники б) левые прямоугольники в) правые прямоугольники

Рис. Интегрирование методом прямоугольников

Метод трапеций

Если на частичном отрезке $[x_{j-1}, x_j]$ подынтегральную функцию заменить полиномом Лагранжа первой степени:

$$f(x) = L_{1,j}(x) = \frac{1}{h}\left[\left(x - x_{j-1}\right) f(x_j) - \left(x - x_j\right) f(x_{j-1})\right],$$

то искомый интеграл на частичном отрезке запишется следующим образом:

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} f(x)dx \approx \frac{1}{h}\left[f(x_j)\int_{x_{j-1}}^{x_j}\left(x - x_{j-1}\right)dx - f(x_{j-1})\int_{x_{j-1}}^{x_j}\left(x - x_j\right)dx\right] = \frac{f\left(x_{j-1}\right) + f\left(x_j\right)}{2}h$$

Тогда составная формула трапеций на всем отрезке интегрирования $[a, b]$ примет

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_{j=1}^{N}\frac{f\left(x_j\right) + f\left(x_{j-1}\right)}{2}h = h\left[\frac{1}{2}\left(f_1 + f_N\right) + f_2 + \ldots + f_{N-1}\right]$$

Графически метод трапеций представлен на рис. Площадь криволинейной трапеции заменяется площадью многоугольника, составленного из Nтрапеций, при этом кривая заменяется вписанной в нее ломаной. На каждом из частичных отрезков функция аппроксимируется прямой, проходящей через конечные значения, при этом площадь трапеции на каждом отрезке определяется по формуле

Погрешность метода трапеций выше, чем у метода средних прямоугольников. Однако на практике найти среднее значение на элементарном интервале можно только у функций, заданных аналитически (а не таблично), поэтому использовать метод средних прямоугольников удается далеко не всегда.

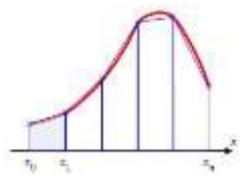


Рис. Интегрирование методом трапеций

Метод Симпсона

В этом методе подынтегральная функция на частичном отрезке $[x_{j-1}, x_j]$ аппроксимируется параболой, проходящей через три точки $x_{j-1}, x_{j-0.5}, x_j$, то есть интерполяционным многочленом Лагранжа второй степени:

$$f(x) = L_{2,j}(x) = \frac{2}{h^2}\left[\left(x - x_{j-0.5}\right)\left(x - x_j\right)f(x_{j-1}) - \right.$$
$$\left. - 2\cdot\left(x - x_{j-1}\right)\left(x - x_j\right)f(x_{j-0.5}) + \left(x - x_{j-1}\right)\left(x - x_{j-0.5}\right)f(x_j)\right]$$

Проведя интегрирование,

$$\int_{x_{j-1}}^{x_j} f(x)dx \approx \frac{h}{6}\left(f_{j-1} + 4f_{j-0.5} + f_j\right)$$

Это и есть формула Симпсона или формула парабол. На отрезке $[a,b]$ формула Симпсона примет вид:

$$h = \frac{b-a}{2N}$$

$$[x_{j-1}, x_j]$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{6}[f_0 + f_N + 2(f_1 + f_2 + \ldots + f_{N-1}) + 4(f_{0.5} + f_{1.5} + f_{2.5} + \ldots + f_{N-0.5})] =$$

$$= \frac{h}{6}\left[f_0 + f_N + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} f_j + 4 \cdot \sum_{j=0.5}^{N-0.5} f_j \right]$$

Если разбить отрезок интегрирования $[a,b]$ че количеств равных частей

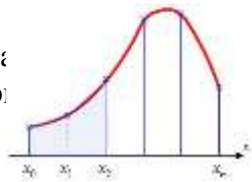
гом , то можно построить параболу на каждом сдвоенном частичном отрезке и

переписать выражения без дробных индексов. Тогда формула Симпсона примет вид:

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[f_0 + f_{2N} + 2(f_2 + f_4 + \ldots + f_{2N-2}) + 4(f_1 + f_3 + f_5 + ..$$

$$= \frac{h}{3}\left[f_0 + f_{2N} + 2 \cdot \sum_{j=2,2}^{2N-2} f_j + 4 \cdot \sum_{j=1,2}^{2N-1} f_j \right]$$

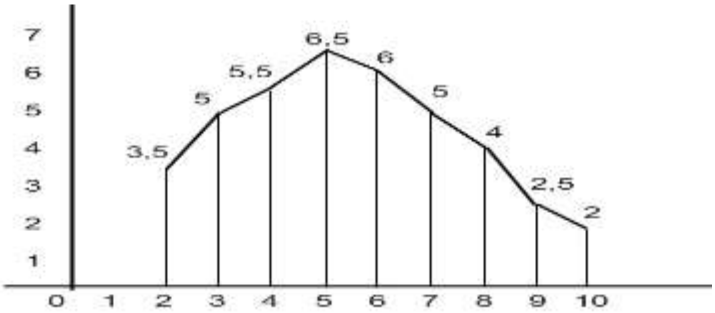
Графическое представление метода Симпсона показано на рис. На ждом из сдвоенных частичных отрезков заменяем дугу данной кр парабо *Метод*



Задание:

1 вариант

1. Найдите приближѐнное значение площади по рисунку:

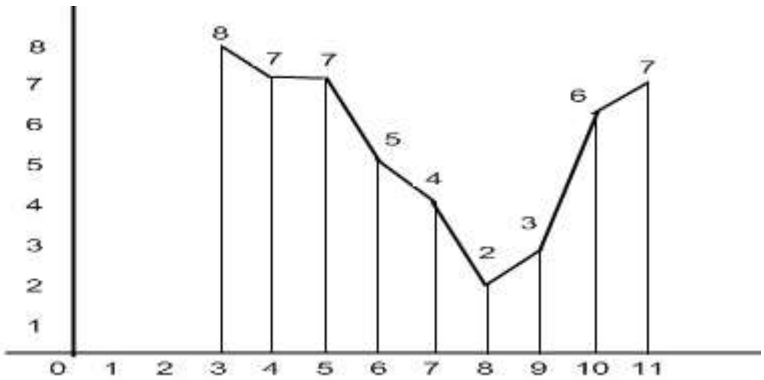


2. Вычислите приближѐнное значение интеграла $\int_{1}^{7} x^5 dx$, разбив его на 6 частей.

3. Вычислите приближѐнное значение интеграла $\int_{1}^{2.2} \frac{dx}{1+x^2}$, разбив его на 6 частей.

2 вариант

1. Найдите приближѐнное значение площади по рисунку:



9

2. Вычислите приближѐнное значение интеграла □ x^2dx, разбив его на 8

1

частей.

5

3. Вычислите приближѐнное значение интеграла □ $2dx$, разбив его на 4

$\sqrt{\ }$

1

части.

Практическая работа № 11

Решение простейших задач по теории вероятности.

1. Основные сведения.

Вероятность события А равна отношению числа m – благоприятных исходов события А к общему числу n несовместных исходов.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Суммой двух несовместных исходов называется событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из них.

Теорема суммы вероятностей: $P(A+Б) = P(A) + P(Б)$

Произведение нескольких событий – это такое событие, когда каждое из них обязательно произойдет

Теорема произведения вероятностей: $P(A*Б) = P(A) * P(B)$

Формула Бернулли. $P(A)_{n,k} = c_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$, где

n – число независимых испытаний p – вероятность появления благоприятного исхода k – число благоприятных исходов q = 1 – p – вероятность появления противоположного исхода.

2. Примеры.

Решить задачи:

1. В ящике 100 деталей, из них 3 – бракованные. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь хорошая.

Решение.

Событие ***А*** – из ящика взята хорошая деталь. Число всех исходов n = 100, число благоприятных исходов ***m*** = 100-3=97.

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{97}{100} = 0{,}97$$

2. В ящике находится ***а*** = 6 красных шаров и ***в*** = 7 белых шаров. Наугад берется партия из ***к*** = 5 шаров. Найти вероятность того, что в этой партии ***l*** = 2 красных шара.

Решение.

1). Событие А: в партии из к шаров ***l*** красных.

Все исходы $\boldsymbol{n} = C^{к}_{а+в}$

Партия шаров состоит из двух частей. Выбираем красные шары: существует множество сочетаний из ***а*** по ***l***. $m_1 = C^{l}_{a}$.

Число всех благоприятных исходов определяем по основному правилу комбинаторики. $m = m_1 \cdot m_2$.

Вероятность события А находим по определению: $P(A) = \frac{m_1 \cdot m_2}{n} = \frac{m}{n}$

2). ***а*** =6 ***в*** = 7 ***к*** = 5 ***l*** =*2*

Найдем число всех исходов $n = C^{5}_{6+7} = C^{5}_{13} = 1287$

Найдем число благоприятных исходов:

Выбираем красные шары: $m_1 = C^{2}_{6} = 15$

Выбираем ,белые шары $:m_2 = C^{5-2}_{7} = C^{3}_{7} = 15$

Всего число благоприятных исходов: $m = m_1 \cdot m_2 = 15 \cdot 35 = 525$

Определяем вероятность события А: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{525}{1287} = 0{,}04$

Ответ: P(A)=0,04

3. Вероятность попадания в цель при одном выстреле составляет 0,8. Найти вероятность четырех попаданий при шести выстрелах.

Решение.

Задача на повторение испытаний. Здесь n =6, k = 4, p = 0,8, q = 1-0,8 =0,2.

По формуле Бернулли находим $P(A)_{6,4} = c^{4}_{6} \cdot 0{,}8^{4} \cdot 0{,}2^{6-4} = 0{,}246$.

3. Самостоятельная работа.

Решить задачи:

1) Вашей группе дали 16 билетов в театр, Какова вероятность посещения театра одним студентом?

2) В ящике 100 деталей из них 3 бракованных. Найти вероятность того, что наугад взятая детель хорошая.

3) Из полного набора игры в домино выбирается наугад одна пластинка. К.в.т.ч. на этой пластинке будет 4 очка?

4) 2. На карточках написаны числа от 1 до 15 включительно. Наугад отбираются две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел на них равна 10.

5) К.в.т.ч. при 3 бросках мяча по кольцу будет 2 попадания.

Задачи на выборку.

6) Студент идет на зачет, зная 20 вопросов из 25. Чтобы ответить на 2 вопроса из любых трех заданных преподавателем. Какова минимальная вероятность сдать зачет?

7) В группе 12 мальчиков и 18 девочек выбирают делегацию на слет из 5 человек. К.в.т.ч. а) выбраны 2 мальчика; б) выбраны только девочки; в) выбраны 2 девочки.

Задачи на сложение и умножение вероятностей.

8) В цехе имеется два электромотора. Вероятность работы первого в данный момент 0,8; а второго-0,3. К.в.т.ч. хотя бы один станок работал в данный момент.

9).Аня выполнила домашнее задание с вероятностью 0,9; Оля-0,6; Ира-0,2. Какова вероятность того,что две из девочек ответят домашнее задание?

10) В одной вазе стоят 4 белых и 8 красных роз, а в другой – 3 белых и 9 красных. Из каждой вазы вынули по розе. Найти вероятность того, что обе розы окажутся белыми.

Формула Бернулли.

11) Совершается 12 бросков по кольцу мячом с вероятностью попадания 0,95 при каждом броске. К.в.т.ч. будет 8 попаданий.

12) Монета подбрасывается 16 раз. К.в.т.ч. 11 раз выпадет решка?

13) Всхожесть семян 94% . К.в.т.ч. из 6 посаженных семян взойдут 4?

14) В физиокабинете находятся 3 кабины для процедур. Найти вероятность того, что при 10-кратном посещении процедур больной 4 раза окажется в кабине №2?

15) При обработке деталей на станке в среднем 4% из них оказываются с дефектами. К.в.т.ч. каждые 2 детали из 30 взятых на проверку окажутся с дефектами?
16) Рабочий обслуживает два автомата. Вероятность того, что I автомат не работает равна 0,2 , а вероятность работы для II автомата- 0,7. К,в.т.ч. ни один из автоматов не потребует внимания рабочего?
17) На отдельных карточках написаны буквы “и”, “л”, “о”, “с”, “ч”. После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Вычислите вероятность того, что из этих букв составится слово “число”.
18) В коробке имеется 30 лотерейных билетов, из которых 26 пустых (без выигрышей). Наугад вынимают одновременно 4 билета. К.в.т.ч. из 4 билетов 2 будут выигрышными?

Практическая работа № 12.
Математические характеристики случайной величины.

1. Случайная величина задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти её математическое ожидание.

2. Случайная величина задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии D(X) и D(Y). Убедиться, что D(X) > D(Y).

X	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Y	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

3. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается приз в 200 рублей и 20 призов по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего 1 билет. Составить закон распределения этой случайной величины X.

4. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равна 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у. е. с уплатой 10 у. е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.

Практическая работа №13.

Решение сферических треугольников.

Контрольные вопросы:

1. Что такое "прямоугольный сферический треугольник"? Каковы его элементы?
2. Сформулируйте теорему Пифагора для прямоугольных сферических треугольников.
3. Сформулируйте правило Непера.
4. Пользуясь правилом Непера, написать формулы, связывающие следующие элементы прямоугольного треугольника: a, B, C; a, B, c; a,b,c; b, B, c; a, c, C; B,c,C.
5. Какие два элемента прямоугольного сферического треугольника называют однородными?
6. Как связать гипотенузу с прилегающими углами?
7. Как связать катет с двумя углами B и C?
8. Записать условия существования прямоугольного сферического треугольника?
9. Сколько возможно случаев решения прямоугольного сферического треугольника?
10. Составьте схемы вычислений для каждого случая решения прямоугольных сферических треугольников.
11. Возможен ли прямоугольный сферический треугольник, если его углы равны: B=1350 , C=1400 ?
12. Возможен ли прямоугольный сферический треугольник, если его углы равны: B=350 , C=480 ?
13. Как осуществлять контроль правильности решения задач по определению неизвестных элементов прямоугольного сферического треугольника?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ.

Промежуточная аттестация по учебной дисциплине «Математика» проводится в форме экзамена.

Экзамен проводится в форме теста. Количество экзаменационных билетов – 32. Билеты представлены в 4 вариантах. В каждом варианте 18 заданий. Время выполнения работы – 40 мин

Критерии оценивания:

«5» 16 – 18 баллов

«4» 13 - 15 баллов

«3» 12 - 7 баллов

III семестр экзамен 2 курс

Специальность: **26.02.03** «Судовождение»

Дисциплина: **Математика**

Время выполнения теста: 40 минут

Количество заданий: 18

Демонстрационный вариант.

1. Производная $y = x^2 \cdot e^x$ функции имеет вид…

А) $2x \cdot e^x$ **Б)** $2x \cdot e^x - x^2 \cdot e^x$

В) $2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$ **Г)** $2x + e^x$

2. Производная $y = \sin 8x$ функции имеет вид …

А) $y' = \cos 8x$ **В)** $y' = 8\sin 8x$

Б) $y' = 8\cos 8x$ **Г)** $y' = -8\cos 8x$

3. Вторая производная $y''(x)$ функции $y(x) = x^2 - 3x - 1$ имеет вид

А) $y'' = 3$ **Б)** $y'' = 2$

В) $y'' = 0$ **Г)** $y'' = 1$

4. Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = x^2 + 3x - 4$ в точке $x_0 = -2$ равен …

А) –1 ; **Б)** –6 ; **В)** 1 ; **Г)** **-7.**

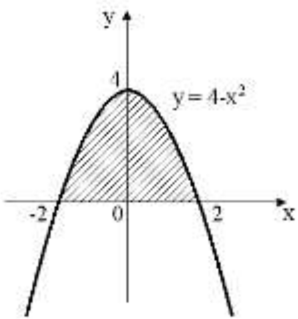
5. Множество всех первообразных функции $y = 2x$ имеет вид …

А) x^2 ; **Б)** 2 ; **В)** $x^2 + C$; **Г)** $2x^2 + C$.

6. Определенный интеграл $\int_1^2 4x^3 dx$ равен …

А) 36 ; **Б)** 17 ; **В)** x^4 ; **Г)** 15 .

7. Площадь криволинейной трапеции D определяется интегралом …



А) $\int_{-2}^{2}(4-x^2)dx$ **Б)** $\int_{0}^{2}(4-x^2)dx$

В) $\int_{-2}^{0}(4-x^2)dx$ **Г)** $\int_{0}^{4}(4-x^2)dx$

8. В результате подстановки $t=3x+2$ интеграл $\int\frac{dx}{\sqrt{3x+2}}$ приводится к виду …

) $3\int\frac{dt}{\sqrt{t}}$ **)** $\frac{1}{3}\int\frac{dt}{\sqrt{t}}$

В) $\int\frac{dt}{\sqrt{t}}$ **)** $\int\frac{dx}{\sqrt{t}}$

9. По цели произведено 10 выстрелов, зарегистрировано 7 попаданий, тогда относительная частота попадания в цель равна …

А) 0,7 ; **Б)** 0,5 ; **В)** 0,35 ; **Г)** 0,3 .

10. Предел $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1-2x^2+3x}{4-3x+x^2}$ равен…

А) -2; **Б)** ∞ **В)** 0; **Г)** $\frac{1}{4}$

11. Значение предела $\lim\limits_{x\to-2}\frac{(2+x)(3+x)}{4-x^2}$ равно …

А) $-\frac{1}{4}$ **;** **Б)** ∞; **В)** 0 ; **Г)** $\frac{1}{4}$ **.**

12. Корнями уравнения $x^2-2x+5=0$ являются числа …

А) таких чисел нет; **Б)** 3 и -1 ; **В)** $1\pm2i$ **Г)** $1\pm4i$

13. Дифференциальное уравнение $\cos y\,dx-x^2dy=0$ в результате разделения переменных сводится к уравнению …

) $\frac{dx}{x}=\frac{dy}{\cos^2 y}$ **)** $\frac{\cos y\,dx}{x^2}=dy$

В) $\cos y\,dx=x^2dy$ **)** $\frac{dx}{x^2}=\frac{dy}{\cos y}$

14. Решением дифференциального уравнения $y'-x=0$ является функция …

) $y=-\frac{x^2}{2}$) $y=1$

В) $y=x$) $y=\frac{x^2}{2}$

15. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины *X* имеет вид:

X	2	5	8
P	0,1	p_2	0,6

Тогда вероятность p_2 равна …

А)0,3**;** **Б)**0,7; **В)** 0 ; **Г)** 0,5**.**

16. Математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения,

X	2	5	8
P	0,2	0,3	0,5

равно …

А)5,9**;** **Б)**5; **В)** 15 ; **Г)** 1**.**

17. Вычислите сумму чисел $z_1=7+2i$ и $z_2=3+7i$

А) 10+9i**;** **Б)** 4-5i; **В)** 10-5i; **Г)** 4+5i**.**

18. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$ Значение предела равно …

А) 3**;** **Б)** $\frac{1}{3}$; **В)** 0 ; **Г)** 1**.**